経済波及効果推計の考え方 ～均衡産出高モデルの詳細～

「経済波及効果推計の考え方」について、数学的説明を補足するものです。

第１節　均衡産出高モデル　～　波及効果測定の理論　～

１　需給均衡式と投入係数

取引基本表を２部門で表すと表１のようになる。このとき、需給と収支は次の均衡式で表せる。

需給均衡式（総需要と総供給の均衡）

$$\begin{cases} x_{11} + x_{12} + F_1 = X_1 \\ x_{21} + x_{22} + F_2 = X_2 \end{cases}$$

収支均衡式

$$\begin{cases} x_{11} + x_{21} + V_1 = X_1 \\ x_{12} + x_{22} + V_2 = X_2 \end{cases}$$

表１　取引基本表（ひな型１）

	産業１	産業２	最終需要	県内生産額
産　業　1	x_{11}	x_{12}	F_1	X_1
産　業　2	x_{21}	x_{22}	F_2	X_2
粗付加価値	V_1	V_2		
県内生産額	X_1	X_2		

「投入係数」とは、各産業が１単位の生産を行うために使用した原材料、燃料等の大きさを示したものである。これは、各産業における原材料、燃料等の投入額を、その産業の県内生産額で除したものであり、生産原単位に相当するものである。投入係数を産業別に計算して一覧表にしたものが、「投入係数表」である。

ここで、産業１が産業１から投入した額 x_{11} を産業１の県内生産額 X_1 で除した値を a_{11} とすれば、a_{11} は産業１の生産物を１単位生産するために必要な産業１からの投入額を表す。

$$a_{11} = x_{11} / X_1 \quad \cdots\cdots ①$$

同様に、$a_{21} = x_{21} / X_1$ は産業１がその生産物を１単位生産するために産業２から投入した原材料等の額を表している。

中間投入と同様に、各部門の発生付加価値 V_1 をその県内生産額で除して $v_1 = V_1 / X_1$ を定義できる。

この場合、付加価値 V_1 が、産業１の労働や資本など本源的生産要素の投入を意味するから、

v_1はそれら生産要素の投入原単位を示していると考えることができる。
以上の手続きを産業２（表１の第２列）についても同様に行うと、表２のような投入係数表を求めることができる。

表２　投入係数表（ひな型）

	産業１	産業２
産　業　1	a_{11}	a_{12}
産　業　2	a_{21}	a_{22}
粗付加価値	v_1	v_2
県内生産額	1.0	1.0

注
$a_{ij}=x_{ij}/X_j$（iは行を、jは列を表す。）
$v_j=V_j/X_j$　（jは列を表す。）

投入係数表は、各産業においてそれぞれ１単位の生産を行うために必要な原材料等の大きさを示したものであり、いわば生産の原単位表とも言うべきものである。各産業で付加価値部分まで含む投入係数の和は、定義的に 1.0 となる。

２　投入係数を用いた需給均衡式

投入係数を用いて需給均衡式を表現すると、投入産出構造が明確になり、見通しがよくなる。

$$\left.\begin{aligned} x_{11} + x_{12} + F_1 &= X_1 \\ x_{21} + x_{22} + F_2 &= X_2 \end{aligned}\right\} ②$$

②式に①式を代入すると、

$$\left.\begin{aligned} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + F_1 &= X_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + F_2 &= X_2 \end{aligned}\right\} ③$$

これを行列表記すると、

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots ③'$$

ここで

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = A \qquad \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = X \qquad \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = F$$

とおくと③'は、

$$AX + F = X \quad \cdots\cdots ④$$

と表せる。Aを投入係数行列という。

③式（または④式）にみられるとおり、最終需要と県内生産額との間には、一定の関係が存在しており、その関係を規定しているのが「投入係数」ということになる。

最終需要の増分⊿Ｆとそれに対応する生産額の増分⊿Ｘを考えると需給均衡式は、

$$A(X+\Delta X)+(F+\Delta F)=X+\Delta X$$

となる。増分だけを見ると元の需給均衡式と同じであるから、需要の増分に対する生産の増分は元の③式（または④式）の需給均衡式で与えられる。

③式の連立方程式の最終需要F_1及びF_2に具体的な数字を与えれば、この連立方程式を解くことによって、産業１及び産業２の県内生産額の水準を計算することができる。このような方法を均衡産出高モデルという。

これは次のようにも理解することができる。

ある産業部門に対する需要の増加は、その産業部門が生産を行うに当たって原材料、燃料等を各産業から投入する必要があるため､その産業部門だけでなく他産業にも影響を及ぼし、それがまた自部門に対する需要となって跳ね返ってくるという生産波及効果をもたらす。③式は、このような生産波及効果を計算し得る仕組みを示したものであり、これが投入係数を基礎とする産業連関分析の基本となる考え方である。

しかし、この考え方は、次に述べるような投入係数の安定性という前提が置かれていることを忘れてはならない。投入係数が常に変動しているとすれば、最終需要と県内生産額との間に一義的な関係を求めることができないからである。

３　投入係数の安定性

投入係数は、端的に言えば、ある特定の年次において採用されていた生産技術を反映したものであり、生産技術が変化すれば、当然投入係数が変化することも考えられる。

産業連関分析においては、投入係数によって表される各財・サービスの生産に必要な原材料、燃料等の投入比率は、分析の対象となる期間においては大きな変化がないという前提が置かれている。

また、各産業部門は、それぞれ生産規模の異なる企業、事業所群で構成されているが、同一商品を生産していたとしても、生産規模が異なれば、当然に生産技術水準の相違、規模の経済性などにより、投入係数が異なったものとなることも考えられる。

しかし、産業連関表は、作成の対象となった年次の経済構造を反映して作成されたものであり、産業連関分析においては、各産業部門に格付けされた企業、事業所の生産規模は、分析の対象となる期間においては大きな変化がないという前提が置かれている。

４　逆行列係数と生産波及の求め方

ある産業部門に一定の最終需要が発生した場合に、それが各産業に対して直接・間接にどのような影響を及ぼすかを分析するのが、産業連関分析の最も重要な分析の一つであり、需給均衡の連立方程式を解くことによって生産波及効果を計算できることは、前述したとおりである。

今、仮に産業１及び産業２だけの県経済を考えた場合、２で述べたように、最終需要が与えられれば、③式のような連立方程式を解くことによって、産業１及び産業２の県内生産額の水準を計算することができる。

しかし、このように２つの部門だけであれば計算も容易であるが、実際には部門の数は、統合大分類でも 39 あり、その都度③式のような連立方程式を解くことは実際的ではなく、分析を行うことが事実上不可能になる。

連立方程式の解は逆行列を用いて表されるので、あらかじめ「逆行列係数表」を作成して

おけば、分析を行う上で便利である。また、逆行列係数表は、もし、ある産業部門に対する最終需要が１単位生じた場合、各産業部門に対してどのような生産波及が生じ、産業部門別の県内生産額が最終的にどれだけになるかを表す。

逆行列係数表には、移輸入の扱いに応じていくつかの型があり、本県は（１）競争輸入型（Ｉ－Ａ)$^{-1}$型と（２）競争輸入型［Ｉ－（Ｉ－$\hat{M}$）Ａ］$^{-1}$型の２つの型を公表している。

移輸入を明示した取引基本表のひな型は表３のように表現することができる。表３をヨコにみると中間需要（x_{ij}）、最終需要（F_i）ともに移輸入分を含んだ供給となっているので、移輸入分をマイナス表示することにより、タテとヨコのバランスをとっている。

表３　取引基本表（ひな型２）

	産業１	産業２	最終需要	移輸入	県内生産額
産　業　1	x_{11}	x_{12}	F_1	$-M_1$	X_1
産　業　2	x_{21}	x_{22}	F_2	$-M_2$	X_2
粗付加価値	V_1	V_2			
県内生産額	X_1	X_2			

投入係数に移輸入分が含まれるということは、最終需要によってもたらされる波及効果のすべてが、県内生産の誘発という形で現れるものではなく、その一部は移輸入を誘発するということを意味する。逆にいえば県内生産誘発を正確に求めるためには、移輸入誘発分を控除しておかなければならないため、移輸入品の投入をおり込んだ逆行列を作成する必要がある。

（１）競争輸入型（Ｉ－Ａ)$^{-1}$型

（Ｉ－Ａ)$^{-1}$型は、最終需要によって誘発される生産がすべて県内で行われるという仮定で計算されたものであり、産業間の技術構造及び相互依存関係を良くとらえており、投入係数も安定しているという特長がある。

表３取引基本表の需給バランスを次のように表す。移輸入額が外生的に与えられるとするモデルである。中間需要ＡＸ及び最終需要Ｆの中には一定の移輸入が含まれている。ただし、投入係数の中の移輸入分を分離できないので、逆行列係数は移輸入を考えない単純なモデルと同じである。

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} \quad \cdots\cdots③”$$

において、

投入係数の行列　$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = A$

最終需要の列ベクトル　$\begin{bmatrix} F_1 \\ F_2 \end{bmatrix} = F$

移輸入額の列ベクトル

$$\begin{bmatrix} M_1 \\ M_2 \end{bmatrix} = M$$

県内生産額の列ベクトル

$$\begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = X$$

とおくと、

$$AX + F - M = X \cdots\cdots ⑤$$

となる。⑤式をＸについて解くと、

$$X - AX = F - M$$

$$(I - A)X = F - M$$

$$\therefore\ X = (I - A)^{-1}(F - M)$$

となる。ここでＩは単位行列、$(I - A)^{-1}$ は（Ｉ－Ａ）の逆行列であり、次式で表される。

$$(I - A)^{-1} = \begin{bmatrix} 1 - a_{11} & - a_{12} \\ - a_{21} & 1 - a_{22} \end{bmatrix}^{-1}$$

このモデルでは、最終需要とともに移輸入額についても外生的に決定されるものとなっているが、移輸入は県内の生産活動によって誘発される性格のものである。即ち、内生的に決定されるものと考えるのが自然であり、このモデルは一般的にあまり利用されていない。

（２）競争輸入型 $[I - (I - \hat{M})A]^{-1}$ 型

この逆行列は、移輸入品の投入比率が中間需要、最終需要を問わずすべての部門について同一であり、生産波及効果が移輸入割合に応じて県外に流出するという前提で求められるものである。一般的にこの型の方が、前者よりも広く利用されている。

基本モデル（ひな型２）の需給バランス式は上記と同様に次のように表される。

$$\left.\begin{array}{l} a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + F_1 - M_1 = X_1 \\ a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + F_2 - M_2 = X_2 \end{array}\right\}$$

これを行列表示すると、

$$AX + F - M = X \cdots\cdots ⑤'$$

となる。

競争輸入型［$I-(I-\hat{M})A]^{-1}$型では県内最終需要と移輸出で波及効果が異なるので、最終需要Ｆを県内最終需要Ｙと移輸出Ｅとに分離して、

$$F = Y + E$$

と表す。これを⑤’式に代入し、需給バランス式を次のように表す。

$$AX + Y + E - M = X \quad \cdots\cdots ⑥$$

移輸出については、単なる通過取引は計上しないこととして表が作られている。従って、移輸出には、移輸入品は含まれないことと同一の移輸入品は同一の投入比率であることを仮定すると、移輸入係数m_1及びm_2は次のように定義される。

$$\begin{cases} m_1 = M_1 / (a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + Y_1) \\ m_2 = M_2 / (a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + Y_2) \end{cases}$$

即ち、m_1は商品１の県内需要に占める移輸入品の割合（移輸入率）を表し、$1-m_1$が商品１の自給率を表す。m_2についても同様である。

また、移輸入係数の定義式を変形すると、以下のとおりとなる。

$$\begin{cases} M_1 = m_1(a_{11}X_1 + a_{12}X_2 + Y_1) \\ M_2 = m_2(a_{21}X_1 + a_{22}X_2 + Y_2) \end{cases}$$

移輸入係数m_iを対角要素とし、非対角要素を０とする対角行列を$\hat{M}$とすれば、次のように表せる。

$$\hat{M} = \begin{bmatrix} m_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & m_n \end{bmatrix}$$

これを用いて移輸入Mを表すと,

$$M = \hat{M}(AX + Y)$$

これを⑥式に代入し変形すると、

$$AX + Y + E - \hat{M}(AX + Y) = X$$

$$AX + Y + E - \hat{M}AX - \hat{M}Y = X$$

$$X - AX + \hat{M}AX = Y - \hat{M}Y + E$$

$$(I - A + \hat{M}A)X = (I - \hat{M})Y + E$$

$$[I - (I - \hat{M})A]X = (I - \hat{M})Y + E$$

$$\therefore\ X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}[(I - \hat{M})Y + E] \quad \cdots\cdots ⑦$$

となり、県内最終需要Ｙと移輸出Ｅを与えることにより、県内生産額Ｘを求めることができる。

ここで $(I - \hat{M})A$ は、移輸入品の投入比率が中間需要、最終需要を問わずすべての部門について同一であると仮定した場合の県産品の投入係数を示し、また $(I - \hat{M})Y$ は、同様の仮定の下で県産品に対する県内最終需要を表している。言い換えれば、品目ごと（行別）の移輸入比率（移輸入係数）がすべての産出部門に同一と仮定した時の「競争輸入型」モデルである。

⑦式を次のように展開したとき、

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}(I - \hat{M})Y + [I - (I - \hat{M})A]^{-1}E$$

第１項は県内最終需要による効果、第２項は移輸出による効果である。

最終需要Ｙとして、民間最終需要、政府最終需要等々、最終需要を各項目別に与えたとき、それに対応した生産額を求めることができる。

最終需要として民間最終需要 Y_C を与えれば、

$$X_C = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}(I - \hat{M})Y_C \quad \cdots\cdots ⑧$$

最終需要として輸出Ｅを与えれば、

$$X_E = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}E \quad \cdots\cdots ⑨$$

である。

行列計算豆知識

1　ベクトル

ベクトルとは、行数が１行（行ベクトル）、または列数が１列（列ベクトル）の行列のことをいう。産業連関表においては、列ベクトルを指すことが多い。

行ベクトル $\begin{bmatrix} a & b & c \end{bmatrix}$　　　列ベクトル $\begin{bmatrix} a \\ b \\ c \end{bmatrix}$

2　対角行列、単位行列

正方行列（列と行の数が等しい行列）において、左上から右下に至る対角線上の数字（対角成分）以外がすべて０の行列を「対角行列」という。また、対角成分がすべて１の対角行列を「単位行列」（Ｉ）という。

対角行列 $\begin{bmatrix} a & 0 & 0 \\ 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & c \end{bmatrix}$　　　単位行列 $\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

3　行列の積

行列の積（乗算）は、左の行列の行方向の各成分と右の行列の列方向の各成分を乗じて足す。これを各行、各列について行う。乗算の場合には、左の行列の列数と右の行列の行数が同じでなければならない。

また、行列積の計算は、一般的には順序変更できない。乗算の順序を変更すれば結果が異なる。

２行×$\boxed{\text{２列}}$　　$\boxed{\text{２行}}$×２列

$$\begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w & x \\ y & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aw+by & ax+bz \\ cw+dy & cx+dz \end{bmatrix}$$

２行×$\boxed{\text{４列}}$　　$\boxed{\text{４行}}$×１列

$$\begin{bmatrix} a & b & c & d \\ e & f & g & h \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} w \\ x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} aw+bx+cy+dz \\ ew+fx+gy+hz \end{bmatrix}$$

※　単位行列（Ｉ）の場合には、どちら側から乗じても同じ結果となる。

$$AI = IA = A$$

4　逆行列

$AX = XA = I$　を満たす行列Ｘが存在するとき、ＸをＡの逆行列といい、A^{-1}と表す。$X = A^{-1}$ また、$A = X^{-1}$ でもある。

第２節　均衡産出高モデル適用のための諸注意

産業連関分析とは、最終需要額（列ベクトル）を与えて、それを過不足なく満たす産業別生産額を求めることである。

これは、産業連関表をヨコ方向にみた需給バランスに基づいているので、「均衡産出高モデル」と呼ばれる分析手法である。

１　最終需要額を与えた場合の県内生産額の推計

（１）分析用のモデル式

前節において、移輸入の扱いの違いによる産業連関分析モデルの逆行列係数の特徴について述べたが、ここでは第１節⑦式を分析に用いるモデル式とする。

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}[(I - \hat{M})Y + E] \quad \cdots\cdots ⑦'$$

（２）最終需要項目別の均衡産出高モデル

第１節⑧式で示したように均衡産出高モデルは、民間最終消費、政府最終消費等の最終需要項目別に扱わなければならない。

最終需要として民間最終需要Y_Cを与えれば均衡産出高モデルは、

$$X_C = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}(I - \hat{M})Y_C \quad \cdots\cdots ⑧'$$

最終需要として移輸出額Ｅを与えれば均衡産出高モデルは、

$$X_E = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}E \quad \cdots\cdots ⑨'$$

である。

（３）逆行列係数表に掛ける最終需要額

ア　需要項目別に最終需要額を与える場合

この場合の注意点は、⑧’式にあるとおり、県自給率（$I - \hat{M}$）をＹに乗じることを忘れないこと（ただし、⑨’式にあるとおり移輸出額Ｅには同自給率を乗じないこと。）。

これをせず、Ｙをそのまま逆行列係数の右側から乗じてしまうと、Ｙには県産品と移輸入品が混在しているので、移輸入品分もすべて県産品に対する需要とみなして計算されてしまい、生産額の推計が過大となる。

イ　県内最終需要額Ｙと、移輸出額Ｅを合算した最終需要額Ｆを与える場合

最終需要額Ｆに県自給率（$I - \hat{M}$）で補正せずに与えた場合、最終需要に含まれる移輸入品に対する需要も県産品に対する需要として計算されてしまうため、生産額の推計が過大となる。

最終需要額Ｆに県自給率（$I - \hat{M}$）を乗じて県産品に対する需要額に変換してから与えた場合は、変換する必要のない移輸出額相当分までも一律に補正されてしまうので、与える県産品に対する最終需要額が過小となり、その分だけ生産額も過小推計となる。

２　経済波及の考え方

（１）均衡産出高モデルにおけるレオンチェフ逆行列の経済学的な意味づけ

$(I-A)^{-1} = I + A + A^2 + A^3 + \cdots$ と行列の無限級数に展開できるものとすると

$$\begin{aligned} X &= (I-A)^{-1}F \\ &= F + AF + A^2F + A^3F + A^4F + \cdots \\ &= \underset{\downarrow\ \text{直接効果}}{\boxed{F}} + \underbrace{\underset{\text{第1次}}{\boxed{AF}} + \underset{\text{第2次}}{\boxed{A(AF)}} + \underset{\text{第3次}}{\boxed{A(A^2F)}} + \underset{\text{第4次}}{\boxed{A(A^3F)}}}_{\text{間接効果}} + \cdots \end{aligned}$$

ここで需給均衡式を振り返ると、

$$\underset{\text{中間投入}}{AX} + F = \underset{\text{生産額}}{X}$$

であり、ＡＸはＸを生産するための中間投入となっている。つまり、上の展開式の各項は一つ前の項に対する中間投入となっている。

したがって、上記の展開式は次のように解釈できる。

ア　最初に最終需要Ｆが発生したとすると、この最終需要を満たすのにＦだけ生産が直接必要になる。

イ　この最終需要を満たすのに必要な中間財の生産は、Ｆと投入係数行列Ａを掛け合わせたＡＦで与えられる、これをＦの間接効果（第１次）という。

ウ　このＡＦという中間需要を満たすには、$A(AF) = A^2F$ だけの追加的な生産が必要になる。これをＦの間接効果（第２次）という。

エ　さらに、この需要を満たすためには、$A(A^2F) = A^3F$ だけの生産が必要になる。

・・・・・

というように、外生的な要因によって発生した最終需要は、中間財に関する生産波及の連鎖を生み出すことになる。

（２）生産波及の仕組み

ここで、これらの最終需要の発生と生産波及の仕組みを２部門の事例を挙げて説明していく。

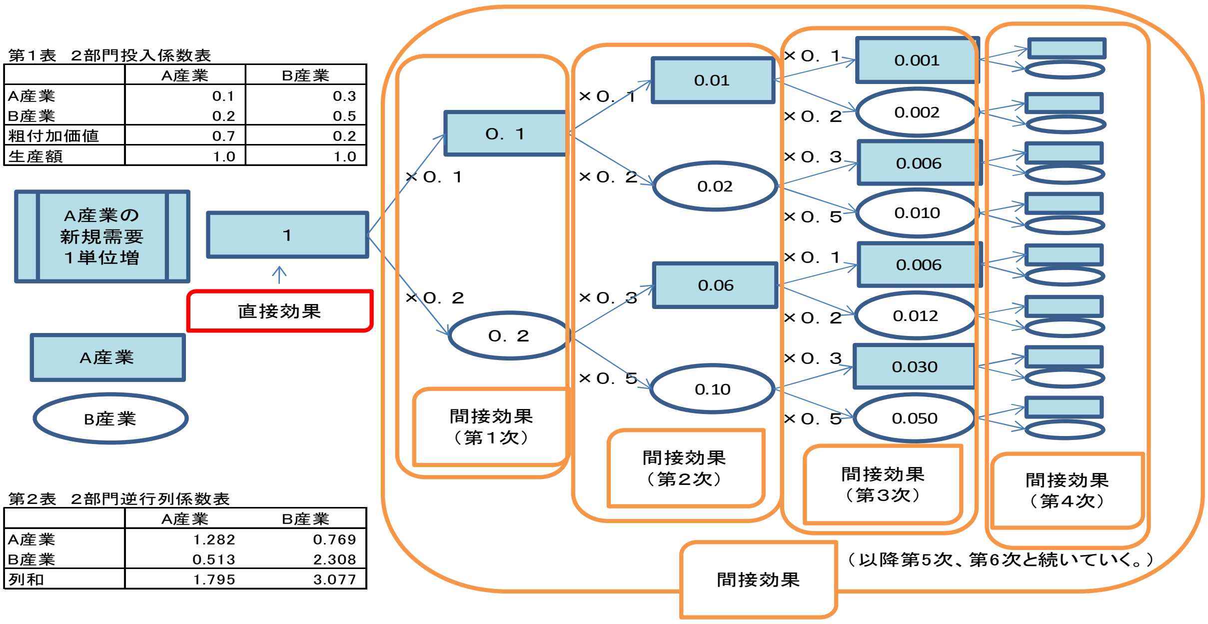
例えば、Ａ産業に対する最終需要が１単位増加した場合、直接的にはＡ産業の生産を１単位増加させなければならないが、そのためにはＡ産業の原材料投入も増加させる必要があり、Ａ産業が 0.1、Ｂ産業が 0.2 生産増となる（間接効果（第１次））。次に、Ａ産業 0.1 及びＢ産業 0.2 の生産増のために、投入される原材料生産の増加が要求（間接効果（第２次））され、さらに、このような投入係数を介しての波及が図１のように続いていく。この究極的な総和が逆行列係数に相当し、これを図１第２表のように産業別に一覧表にしたものが逆行列係数表である。

また、逆行列係数は、特定部門の生産１単位をあげるのに、直接・間接に必要とされる諸産業部門の生産水準が、最終的にどのくらいになるか算出した係数表ということもでき、この表の列和は、当該部門の需要が１単位発生したときの産業全体への波及合計に相当する。例えば本事例において、Ａ産業に最終需要が１単位発生した場合、全体で 1.795 の生産波及効果を生じさせる。

図１　生産波及の仕組み(例示)

第１表　２部門投入係数表

	A産業	B産業
A産業	0.1	0.3
B産業	0.2	0.5
粗付加価値	0.7	0.2
生産額	1.0	1.0



第２表　２部門逆行列係数表

	A産業	B産業
A産業	1.282	0.769
B産業	0.513	2.308
列和	1.795	3.077

A産業への波及合計　＝　1　＋　0.1　＋　(0.01＋0.06)　＋　(0.001＋0.006＋0.006＋0.030)　＋　……　=　1.282

B産業への波及合計　＝　　　　0.2　＋　(0.02＋0.10)　＋　(0.002＋0.010＋0.012＋0.050)　＋　……　=　0.513

直接効果　間接効果（第１次）　間接効果（第２次）　間接効果（第３次）　合計　1.795

３　均衡産出高モデルの実務上の取り扱い

前述１より

$$X = [I - (I - \hat{M})A]^{-1}(I - \hat{M})F \quad \cdots\cdots ⑩$$

これは、最終需要額Ｆに県自給率を乗じ、逆行列係数の右側から乗じている。これによって、直接・間接に誘発された生産額が究極的にどれだけになるかが１回で求められる。

他方、直接効果、間接効果の別や波及の流れを順に追って把握できるやり方がある。

その導き出し方は以下のとおりである。

（１）逆行列の取扱い

最終需要額Ｆを用いて、次のように直接効果と間接効果を表すことができる。

$$\begin{aligned} X &= (I - A)^{-1}F \\ &= F + AF + A^2F + A^3F + \cdots \\ &= F + (I + A + A^2 + A^3 + \cdots)AF \\ &= \underbrace{F}_{\text{直接効果}} + \underbrace{(I - A)^{-1}AF}_{\text{間接効果}} \end{aligned}$$

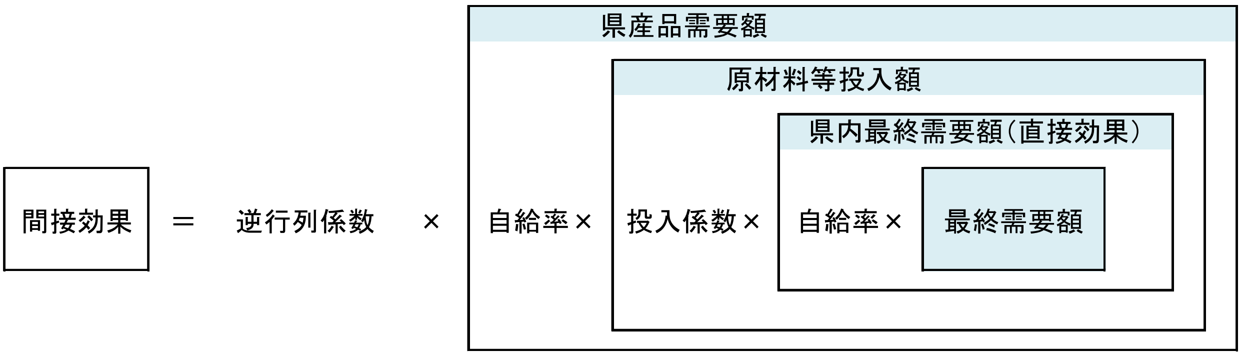
（２）逆行列の取り扱い（競争輸入型の逆行列）

競争輸入型ではレオンチェフ逆行列は次のとおりとなる。

$$X = [I-(I-\hat{M})A]^{-1}(I-\hat{M})F \quad (⑩)$$

ここで、$(I-\hat{M})A = B$ とおくと、⑩式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
X &= (I-B)^{-1}(I-\hat{M})F \\
&= (I-\hat{M})F + B(I-\hat{M})F + B^2(I-\hat{M})F + B^3(I-\hat{M})F + \cdots \\
&= (I-\hat{M})F + (I+B+B^2+B^3+\cdots)B(I-\hat{M})F \\
&= (I-\hat{M})F + (I-B)^{-1}B(I-\hat{M})F \\
&= \underset{\text{直接効果}}{\underbrace{(I-\hat{M})F}} + \underbrace{[I-(I-\hat{M})A]^{-1}(I-\hat{M})A(I-\hat{M})F}_{\text{間接効果}} \quad \cdots\cdots ⑪
\end{aligned}$$



このような式となり、「しまね統計情報データベース」の「経済波及効果分析ツール」は⑪式に基づいて作成している。

４　粗付加価値と最終需要の関係を織り込んだ波及効果

産業連関分析モデルによる計算では、当初与えた最終需要額によって直接・間接に誘発された生産額が究極的にどれくらいになるかが求められる。しかし、その生産活動の結果生み出された粗付加価値額の一部（雇用者所得等）が、再び最終消費等にまわって新たな最終需要を発生させ、これによって更に生産活動が行われるという効果までは考えていない。

例えば、公共投資を例にあげると、（１）～（４）のような経路をたどって、再び最終需要の増加が誘発される。

（１）公共投資の実施
↓
（２）各産業部門の生産額の増加
↓
（３）雇用者所得や営業余剰等の増加
↓
（４）家計消費支出や国内総固定資本形成額の増加

このとき、（４）による生産誘発効果等が上述のモデル式には織り込まれていない。この

ような体系のたて方を「オープン・モデル」と呼び、完全に閉じた体系の「クローズド・モデル」とは区別している。
これらの粗付加価値と最終需要との関係を織り込んだ波及効果を求めるには、上記式を用いて粗付加価値額の一部が再び最終需要に回る分を求めて、当初の計算結果に加算するか、あるいは上記式にこのような関係が自動的に連動するような仕組みが必要である。

「しまね統計情報データベース」に掲載している「分析ツール」では、雇用者所得の一部を消費に回すことによる家計消費支出の増加を計算している。以下の式で推計される。

均衡産出高モデルによる波及効果のモデル式

$$X = [I-(I-\hat{M})A]^{-1}(I-\hat{M})F$$

$$= \underbrace{(I-\hat{M})F}_{\text{直接効果}} + \underbrace{[I-(I-\hat{M})A]^{-1}(I-\hat{M})A(I-\hat{M})F}_{\text{間接効果（注）}}$$

この均衡産出高モデルによって生み出された粗付加価値のうち、雇用者所得が再び消費に回って新たに発生させる最終需要額（雇用者所得×消費転換係数）を f_0 とする。

雇用者所得による波及効果を x_0 とすると、

$$x_0 = [I-(I-\hat{M})A]^{-1}(I-\hat{M})f_0$$

$$= \underbrace{(I-\hat{M})f_0 + [I-(I-\hat{M})A]^{-1}(I-\hat{M})A(I-\hat{M})f_0}_{\text{雇用者所得による波及効果（注）}}$$

となる。

波及の総額 ＝ $X + x_0$

（注）直接効果によって生じる間接効果を「一次波及」、雇用者所得による波及効果を「二次波及」と呼ぶ。ちなみに、二次波及による雇用者所得による波及効果（「三次波及」）、三次波及による雇用者所得による波及効果（「四次波及」）…と三次波及以降の効果についても同様に計算できるが、不確実な部分が増えることから、あまり計算されない。

5　最終需要額セット値の前処理

与件データとなる最終需要額の作成には、いくつかの前処理が必要である。

（１）最終需要額を列ベクトルの形（行部門別）に合わせる。

初めから最終需要額が列ベクトルで分かっていれば、それをそのまま使用すれば良いが、総額でしか分からない場合は、何らかの方法で列ベクトルに展開する。
例えば、観光消費とか住宅建設という形の最終需要はそのままでは均衡産出高モデルに代入できないので、産業連関表の行部門に対応する飲食料品やパルプ・紙・木製品などの

部門に最終需要を分解しなければならない。観光みやげ代という消費であれば、何らかの資料に基づいて、生鮮農産物（→農業）、菓子類（→飲食料品）、衣料品（→繊維製品）等々と仕分けしなければならない。

$$F = \begin{bmatrix} F_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ F_n \end{bmatrix}$$

（２）購入者価格を生産者価格に変換する。

産業連関分析は生産者価格を使用するので､把握しているデータが購入者価格であれば、マージン計算を行い、生産者価格に変換する。

例えば、観光土産はみやげ物屋（＝小売業）から買うので購入者価格である。これを産業連関表の部門分類に対応して分割した上で、製造者の出荷額（＝生産者価格）に変換しなければならない。

（３）消費転換係数（比率）

所得が最終需要に回る回路を考えるとき、貯蓄等に回る部分を除いて、実際に消費に回る金額を最終需要額としなければならない。この所得から消費に回る割合（消費転換係数）として、平均消費性向を用いている。

（４）ある産業部門の増産による波及効果

ある産業部門が増産する（＝投入を増やす）場合の波及効果は、その産業部門に例えば 100 億円の最終需要が発生したと捉えなおせばよい（他の産業部門の需要は０）。

$$F = \begin{bmatrix} 0 \\ 100 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

６　産業連関表の空間的広がり

島根県産業連関表は、県全体の産業構造を抽象化しているものであるから、与えられる最終需要は、県全体に連鎖が広がるようなものを想定すべきである。